Calcul algébrique

Développer & factoriser
Exercices de type Brevet

Exercice 1 : Corrigé

1) $P = x^2 + 2x + 12x + 24$
$P = x^2 + 14x + 24$

2) pour $x = 1$
$P = 1^2 + 14\times1 + 24$
$P = 1 + 14 + 24$
$P = 39$

3) Factorisation de la forme : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$Q = (x + 7)^2 - 5^2$.
$Q = [\ (\ x + 7) + 5]\ [\ (x + 7) - 5]$
$Q = (\ x + 12)(\ x + 2)$

4) pour $x = -\ 2$
$Q = (-2 + 12)(\ -2 + 2)$
$Q = 10\times0$
$Q = 0$

Exercice 2 : Corrigé

1) $E = 4\times0,5^2 - 24\times0,5 + 36$
$E = 4\times0,25 - 24\times0,5 + 36$
$E = 1 - 12 + 36$
$E = 25$

2) Factorisation de la forme : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
$E = 4x^2 - 24x + 36$
$E = (2x)^2 - 2\times2x\times6 + 6^2$
$E = (2x - 6)^2$

3) On résout $E = (2x - 6)^2 = 0$
soit $2x - 6 = 0$
$2x = 6$
$x = \dfrac{6}{2}$
$x = 3$

Exercice 4 : Corrigé

1) $C = 9x^2 - 12x + 4 + 3x^2 + 9x - 2x - 6$
$C = 9x^2 + 3x^2 - 12x + 7x + 4 - 6$
$C = 12x^2 - 5x - 2$

2) Factorisation : le facteur commun est $(3x - 2)$
$C = (3x - 2)\ [(3x - 2) + (x + 3)]$
$C = (3x - 2)\ (3x - 2 + x + 3)$
$C = (3x - 2)\ (4x + 1)$

3) Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.
$(3x - 2)\ (4x + 1) = 0$ signifie
$3x - 2 = 0$ ou $4x + 1 = 0$
$3x = 2$ ou $4x = -1$
$x = \dfrac{2}{3}$ ou $x = -\dfrac{1}{4}$

Les solutions de l'équation sont $\dfrac{2}{3}$ et $-\dfrac{1}{4}$.

Exercice 5 : Corrigé

1) a) $E = 4x^2 - 6x + 14x - 21$
$= 4x^2 + 8x - 21$.

b) $G = 4x + 14 + 4x - 6$
$= 8x + 8$

2) E représente l'aire du rectangle et G son périmètre.

3) VO = 2 VS équivaut à : $2x + 7 = 2(2x - 3)$.
$2x + 7 = 4x - 6$
$2x - 4x = -6 - 7$
$-2x = -13$
$x = 6{,}5$ cm

G est alors égal à : $8 \times 6{,}5 + 8 = 60$ cm.

Exercice 6 : Corrigé

1) $E = [(x + 6) - 7][(x + 6) + 7]$
$= (x - 1)(x + 13)$

2) $E = (x^2 + 12x + 36) - 49$
$= x^2 + 12x - 13$

3) D'après la réciproque du théorème de Pythagore, pour que ABC soit rectangle en A, il faut que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Or M est un point du segment [BC] donc BC = BM + MC
$BC = x + 6$

Donc x doit être solution de l'équation :

$(x + 6)^2 = (2\sqrt{6})^2 + 5^2$
$(x + 6)^2 = 4 \times 6 + 25$
$(x + 6)^2 = 49$
$(x + 6)^2 - 49 = 0$ donc E = 0

Or d'après la question 1) l'expression factorisée de E est $(x - 1)(x + 13)$.
L'équation devient donc : $(x - 1)(x + 13) = 0$.
C'est une équation produit donc : Soit $x - 1 = 0$ Soit $x + 13 = 0$
$x = 1$ $x = -13$
Or x ne peut pas être négatif, car c'est une distance, donc l'unique solution est $x = 1$.
Conclusion : Pour que le triangle soit rectangle en A , il faut que x soit égal à 1.